



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV](#)®

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

PARTIE ÉLECTRICITÉ (durée conseillée 1 h 15)

ÉTUDE D'UN VÉLOCIMÈTRE

Cet exercice est constitué de cinq parties indépendantes.

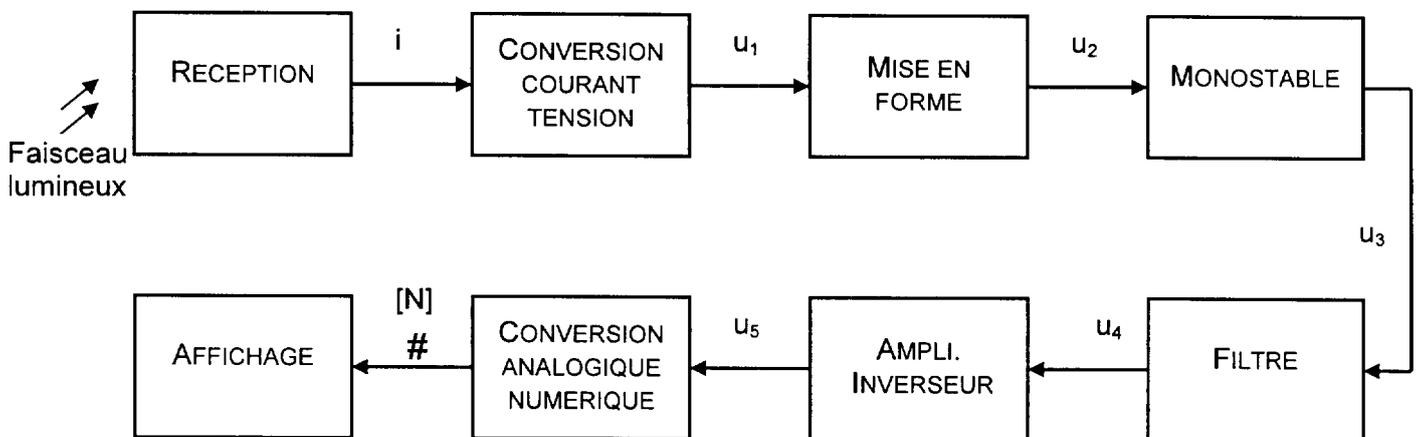
Il est cependant conseillé au candidat de les traiter dans l'ordre.

Le document-réponse (même vierge) doit être joint impérativement à la copie de la partie électricité.

Le système optique d'un vélocimètre laser permet la génération d'un signal lumineux dont la fréquence f , comprise entre 50 Hz et 12 kHz, est proportionnelle à la vitesse d'écoulement.

L'étude porte sur la réception du faisceau lumineux par la photodiode et la mise en forme du signal afin d'afficher la vitesse d'écoulement du fluide.

Le synoptique du montage est donné ci-dessous :



AVERTISSEMENT :

Les amplificateurs opérationnels (A.O.) sont considérés comme idéaux :

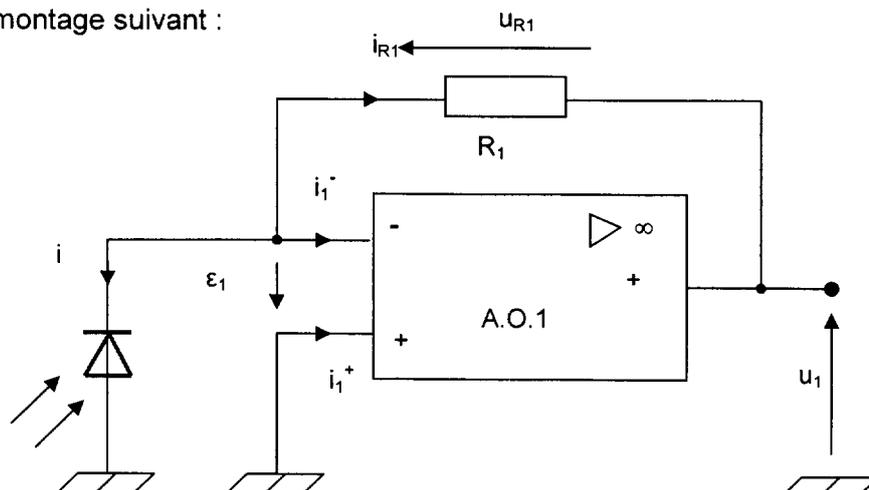
- les courants d'entrées i^+ et i^- sont nuls,
- en régime linéaire, la tension différentielle ε est nulle.

Les amplificateurs opérationnels sont alimentés par une tension symétrique $\pm V_{cc} = \pm 15 V$.

Les diodes sont également considérées comme idéales (tension de seuil nulle).

Partie 1 : Conversion Courant Tension

On considère le montage suivant :



1.1 - Exprimer la tension u_1 en fonction de ε_1 , i_{R_1} et R_1 .

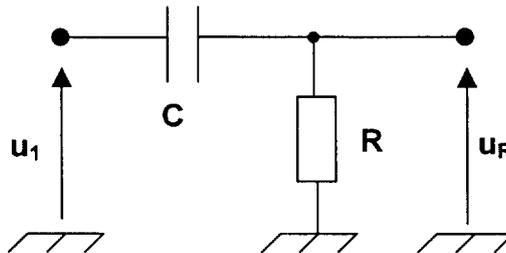
1.2 - En déduire l'expression de u_1 en fonction de i et R_1 .

Le **graphe 1** du **document-réponse** représente l'allure du courant i traversant la photodiode.

1.3 - Sachant que $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, représenter sur le **graphe 2** du **document-réponse** la tension u_1 en précisant sur le **document-réponse** la valeur de la tension u_1 qui correspond à une intensité i égale à $150 \mu\text{A}$.

Partie 2 : Mise en forme

Afin de mettre en forme le signal u_1 , on utilise le montage dérivateur ci-dessous :



La constante de temps $\tau = RC$ du circuit est telle que $\tau \ll T/2$.

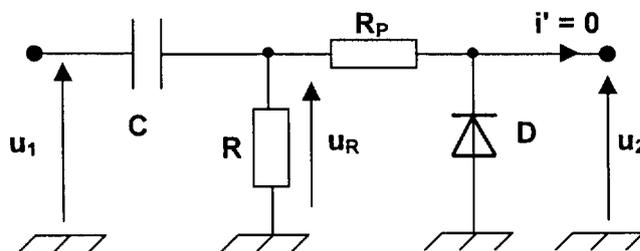
La tension u_R est représentée sur le **graphe 3** du **document-réponse**.

2.1 - On fixe C à 10 nF . Quelle valeur approximative peut-on donner au maximum à R pour avoir un fonctionnement correct du montage ?

On rappelle que la fréquence f évolue entre 50 Hz et 12 kHz .

2.2 - On complète le montage précédent selon le schéma ci-dessous.

On suppose que la diode D est idéale, ainsi la tension u_2 est nulle lorsque D est passante.



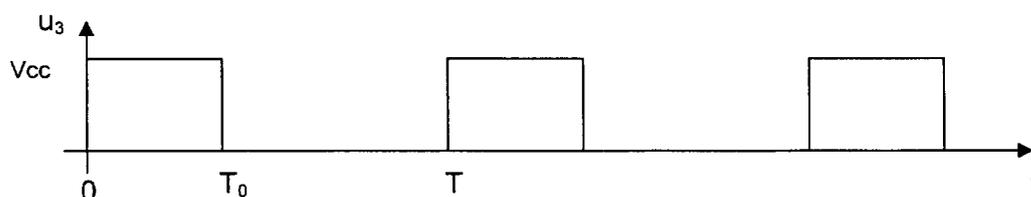
2.2.1 - Quel est l'état de D lorsque la tension u_R est positive ? Que vaut la tension u_2 ?

2.2.2 - Quel est l'état de D lorsque la tension u_R est négative ?

2.2.3 - Représenter l'allure de la tension u_2 en fonction du temps sur le **graphe 4** du **document-réponse**.

Partie 3 : Monostable

Le signal u_2 est utilisé pour déclencher un montage monostable. L'allure de la tension u_3 , de période T , est donnée ci-dessous :



On précise que la durée propre du monostable est $T_0 = 33,3 \mu\text{s}$.

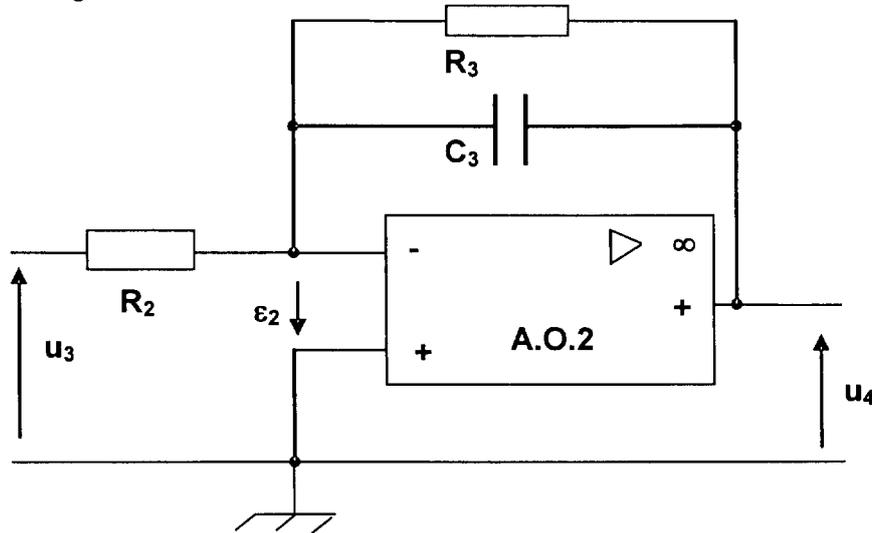
3.1 - Déterminer l'expression de la valeur moyenne $\langle u_3 \rangle$ de la tension u_3 en fonction de T , T_0 et V_{CC} .

3.2 - Montrer que $\langle u_3 \rangle = k.f$ où f est la fréquence de u_3 .

3.3 - Sachant que V_{CC} vaut 15 V, calculer numériquement k et préciser son unité.

Partie 4 : Filtrage

On considère le montage suivant :



L'étude de cette partie se fera en régime sinusoïdal à la pulsation $\omega = 2\pi f$.

4.1 - Établir, en écriture complexe, la fonction de transfert $\underline{A}_v = \frac{U_4}{U_3}$ en fonction de R_2 , R_3 , ω et C_3 , puis

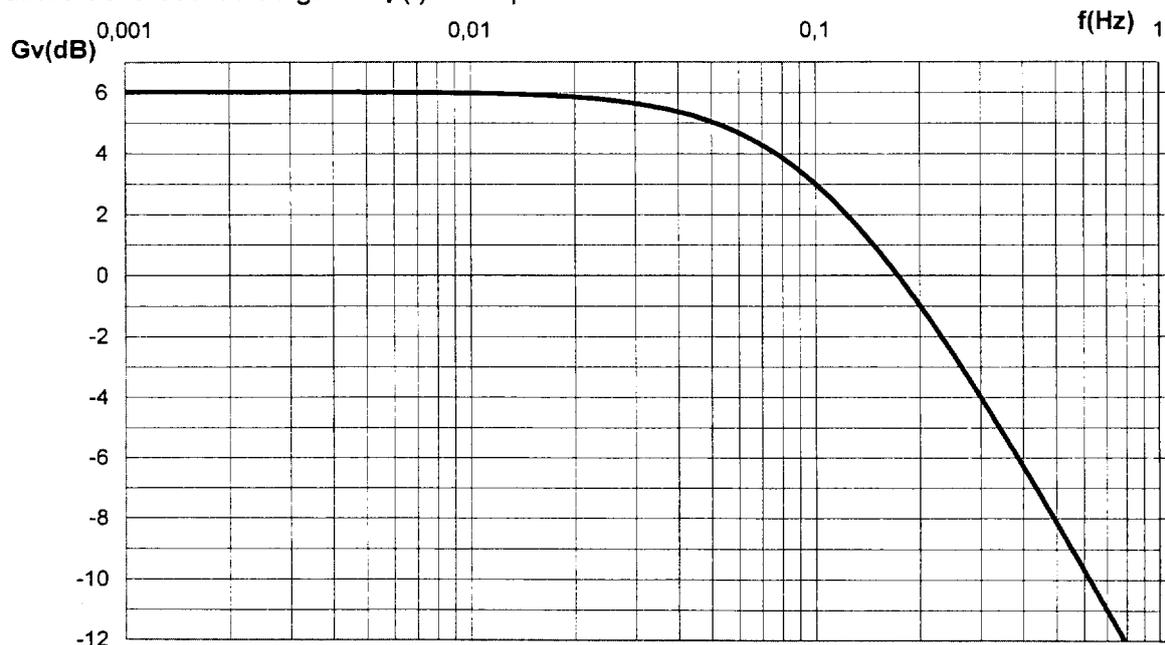
la mettre sous la forme : $\underline{A}_v = \frac{-A_{v,max}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ en explicitant $A_{v,max}$ et ω_c .

4.2 - Que devient l'expression de \underline{A}_v en régime continu ($\omega = 0$) ?

4.3 - On donne $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ et $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$.

Calculer les valeurs numériques de A_{VMAX} et du gain en tension G_{VMAX} correspondant.

L'allure de la courbe de gain $G_V(f)$ est représentée ci-dessous :



- 4.4 - Quel type de filtre est réalisé par ce montage ? Quel est son ordre ?
- 4.5 - Déterminer graphiquement la fréquence de coupure à - 3 dB. En déduire la valeur de la pulsation de coupure ω_c correspondante.
- 4.6 - La tension de sortie u_3 est maintenant appliquée à l'entrée du filtre : $u_e = u_3$.
On appelle u_4 la tension de sortie du filtre actif étudié ci-dessus.
La décomposition harmonique de $u_3(t)$ peut s'écrire :
- $$u_3(t) = U_0 + \hat{U}_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1) + \hat{U}_2 \cdot \sin(2\omega t + \phi_2) + \hat{U}_3 \cdot \sin(3\omega t + \phi_3) + \dots$$
- Quelle relation existe-t-il entre U_0 et $\langle u_3 \rangle$?
- 4.7 - Sachant que $\omega \gg \omega_c$ dans le domaine des pulsations envisagées, indiquer la composante de la décomposition précédente de $u_3(t)$ qui subsistera en sortie du filtre.
- 4.8 - En tenant compte des résultats des **questions 3.2. et 4.2.**, donner l'expression de u_4 en fonction de R_2 , R_3 , k et f .
- 4.9 - Déterminer la plage de variation de u_4 .
On rappelle que la fréquence f du signal est comprise entre 50 Hz et 12 kHz.

Partie 5 : Convertisseur Analogique Numérique

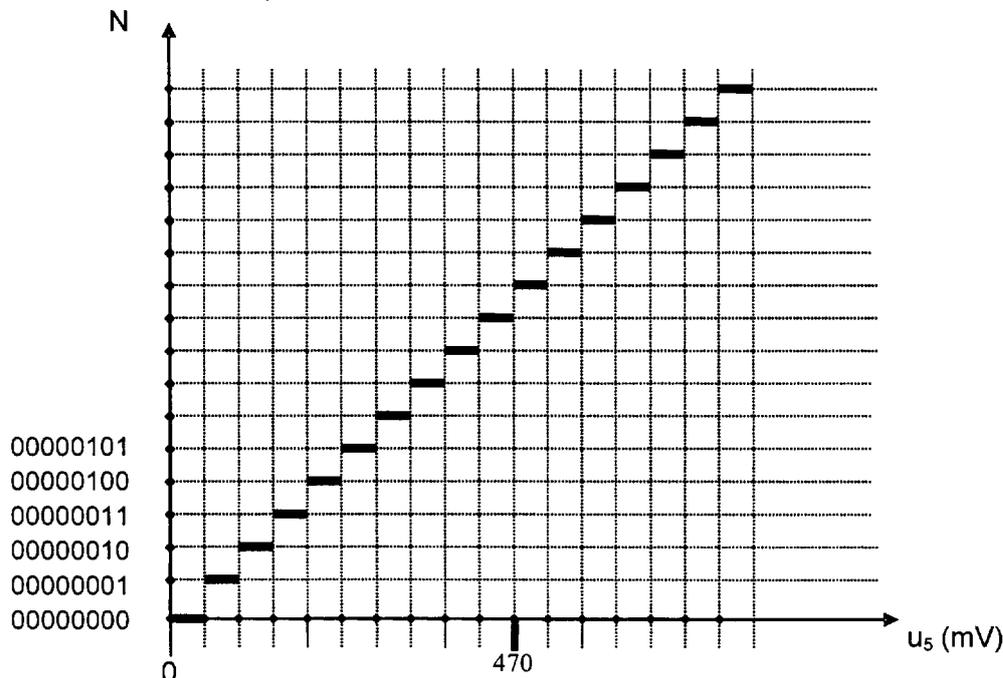
Afin d'obtenir une tension analogique positive, la tension u_4 est appliquée à l'entrée d'un amplificateur inverseur d'amplification en tension égale à -1. Par conséquent $u_5 = -u_4$.

Pour afficher la vitesse d'écoulement, il est nécessaire de numériser la tension u_5 .

La partie affichage ne sera pas étudiée.

La tension u_5 est appliquée à l'entrée d'un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.) à 8 bits.

Une partie de la caractéristique de transfert de ce convertisseur est donnée ci-dessous :



- 5.1 - Quel est le nombre de valeurs distinctes pouvant être prises par la sortie N de ce convertisseur ?
- 5.2 - Donner la définition du quantum (pas) q et déterminer graphiquement sa valeur.
- 5.3 - Quel intervalle de tension u_5 correspond au mot binaire 00101000 ?

DANS CE CADRE

Académie : _____ Session : _____

Examen ou Concours _____ Série* : _____

Spécialité/option* : _____ Repère de l'épreuve : _____

Épreuve/sous-épreuve : _____

NOM : _____

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : _____ N° du candidat

Né(e) le : _____

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

NE RIEN ÉCRIRE

* Uniquement s'il s'agit d'

Repère : TPSP

Session : 2008

Durée : 4 H

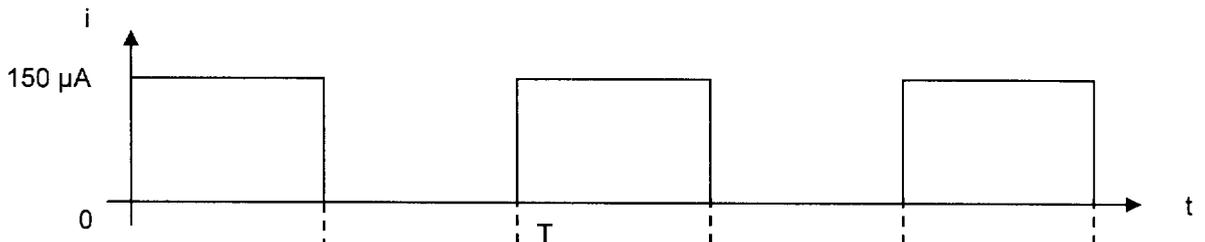
Page : 5/12

Coefficient : 4

DOCUMENT RÉPONSE

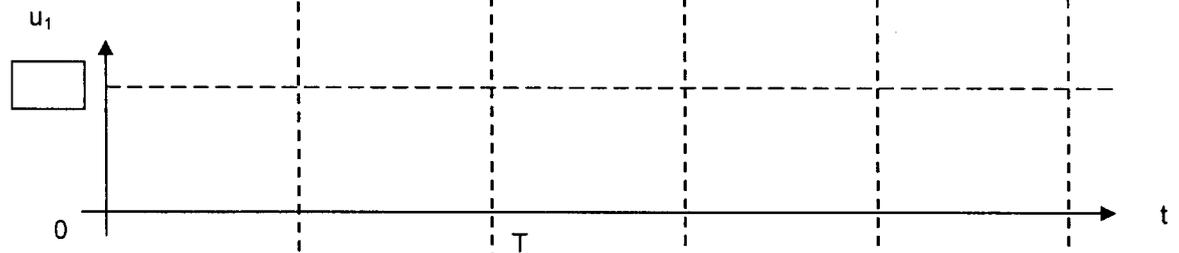
(à rendre obligatoirement avec la copie)

GRAPHE 1

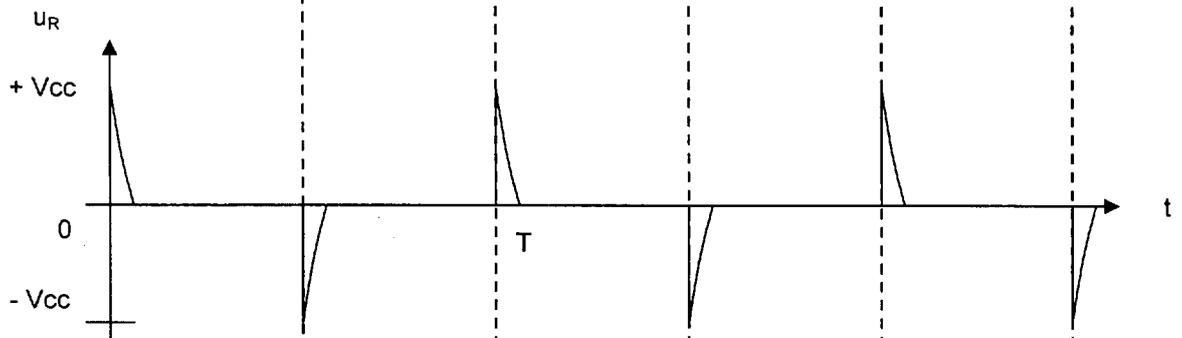


GRAPHE 2

A COMPLETER

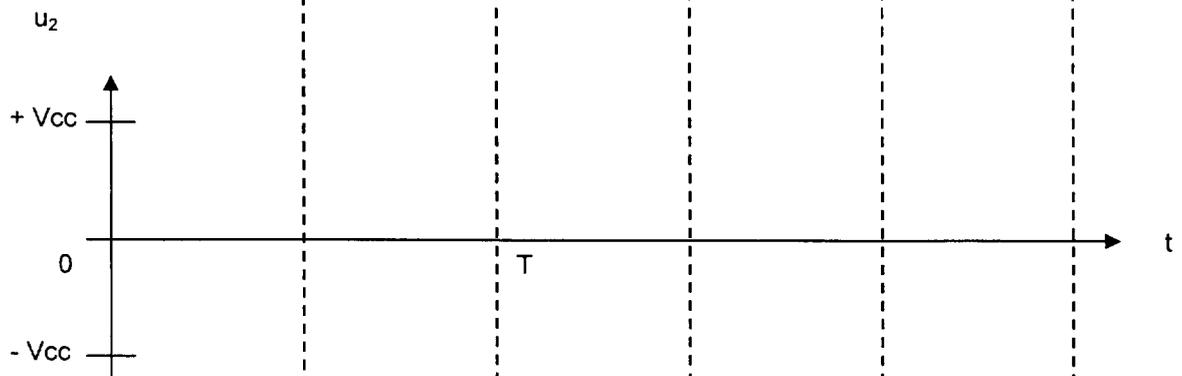


GRAPHE 3



GRAPHE 4

A COMPLETER



PARTIE MÉCANIQUE, THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE (durée conseillée 1 h 15)

ÉTUDE D'UN ÉCOULEMENT À TRAVERS UN RÉSERVOIR ET UNE CANALISATION

Partie 1 : Préliminaires

En effectuant un bilan d'énergie volumique pour un fluide incompressible de masse volumique ρ constante, en régime permanent entre deux sections Σ_1 et Σ_2 d'une conduite, la loi de conservation de l'énergie s'écrit de la manière suivante :

$$e_1 - J_{12} = e_2,$$

avec $e_1 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1$ (énergie volumique au niveau de la section Σ_1),

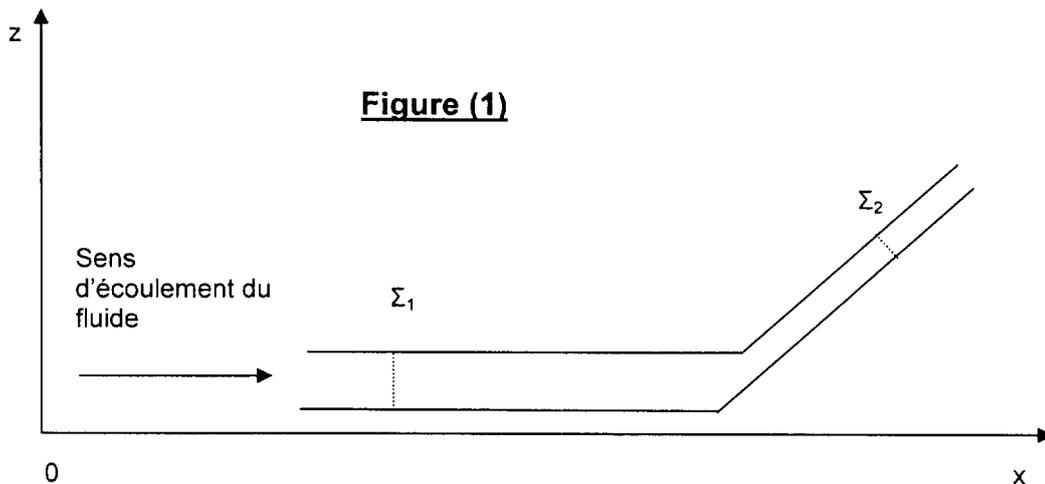
$$e_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2 \text{ (énergie volumique au niveau de la section } \Sigma_2)$$

et J_{12} : perte de charge entre les sections Σ_1 et Σ_2 . J_{12} étant une grandeur positive.

Dans l'expression de e_1 , pour la section Σ_1 :

p_1 et z_1 représentent respectivement la pression et l'altitude ;

v_1 représente la vitesse moyenne, et est liée au débit de volume D_{v1} par la relation : $D_{v1} = v_1 S_1$, avec S_1 surface de la section Σ_1 ;



1.1 - Quelle est l'unité de chaque terme de l'expression de e_1 , dans le Système International ?

1.2 - Justifier pourquoi il y a conservation du débit de volume ($D_{v1} = D_{v2}$).

1.3 - Dans le cas où Σ_1 et Σ_2 sont deux sections circulaires de diamètres d_1 et d_2 , exprimer v_2 en fonction de v_1 , d_1 et d_2 .

Partie 2 : Étude d'un écoulement

Le dispositif étudié est constitué d'un réservoir cylindrique vertical de diamètre d_{cuve} et de hauteur H et d'une canalisation cylindrique horizontale de diamètre d et de longueur L . Le dispositif est schématisé figure (2). Sur ce schéma, les échelles ne sont pas respectées.

On définit 4 sections Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 et Σ_4 .

L'eau s'écoule à travers l'ensemble. En Σ_1 , l'eau est à la pression atmosphérique notée p_0 . En sortie, le jet est à l'air libre et la pression en Σ_4 est aussi à la pression atmosphérique. On fera l'hypothèse d'un régime permanent.

Le débit de volume est noté D_v .

Données : $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ $H = 10 \text{ m}$ $d_{\text{cuve}} = 10 \text{ m}$ $L = 75 \text{ m}$ $d = 4,0 \text{ cm}$,
viscosité de l'eau : $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$,
masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$,
intensité du champ de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

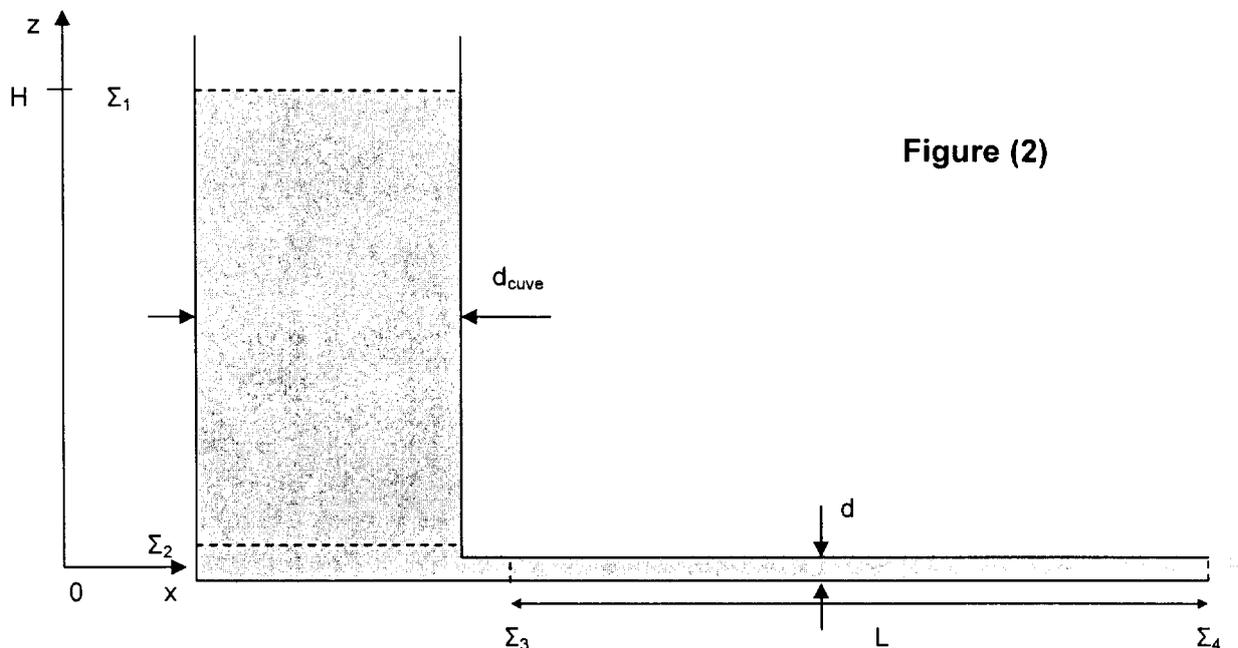


Figure (2)

- 2.1 - En utilisant la conservation du débit de volume entre les sections Σ_1 et Σ_4 , exprimer la vitesse v_1 en fonction de la vitesse v_4 et des diamètres d_{cuve} et d de ces sections.
- 2.2 - En déduire que v_1 est négligeable devant v_4 .

Partie 3 : Étude de l'écoulement en considérant l'eau comme un fluide parfait

La conservation de l'énergie volumique entre les sections 1 et 4 s'écrit :

$$\left(\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 \right) - J_{12} - J_{23} - J_{34} = \left(\frac{1}{2} \rho v_4^2 + p_4 + \rho g z_4 \right)$$

J_{12} : perte de charge entre les sections Σ_1 et Σ_2 ,

J_{23} : perte de charge entre les sections Σ_2 et Σ_3 ,

J_{34} : perte de charge entre les sections Σ_3 et Σ_4 .

- 3.1 - Que deviennent les trois termes de perte de charge dans le cas d'un fluide parfait ?
- 3.2 - Déterminer l'expression de la vitesse v_4 en sortie de la canalisation en fonction de g et H . Calculer v_4 .
- 3.3 - Exprimer D_v en fonction de v_4 et de d . Calculer D_v en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ puis en $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$.
- 3.4 - Le débit de volume D_v dépend-il de la longueur L de la canalisation ?

Partie 4 : Étude de l'écoulement en considérant l'eau comme un fluide visqueux

Pour un écoulement turbulent, la perte de charge J_{34} étant prépondérante devant J_{12} et J_{23} , on montre que :

$$v_4 = \left(\frac{2gH}{0,316 \times L} \left(\frac{\rho}{\eta} \right)^{0,25} \times d^{1,25} \right)^{\frac{1}{1,75}}$$

4.1 – Montrer que la valeur de v_4 est proche de $2,4 \text{ m.s}^{-1}$.

Dans la suite, on prendra $v_4 = 2,4 \text{ m.s}^{-1}$

4.2 - Calculer D_v en $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ et en $\text{m}^3.\text{h}^{-1}$.

4.3 - Calculer le nombre de Reynolds Re ($Re = \frac{\rho v_4 d}{\eta}$) dans la canalisation horizontale et vérifier que l'écoulement est bien turbulent.

4.4 - Le débit de volume D_v dépendant de la longueur L de la canalisation, préciser si D_v augmente ou diminue avec L . Justifier.

4.5 - À la vue des résultats obtenus dans les questions précédentes, est-il nécessaire de prendre en compte la viscosité de l'eau ? Justifier votre réponse.

PARTIE OPTIQUE (durée conseillée 1 h 15)

Le sujet comporte 3 parties indépendantes.

Rappel : $\cos(90^\circ - x) = \sin x$ $\sin(90^\circ - x) = \cos x$.

Partie 1 : Dioptré plan, réflexion totale, éclairage d'un réservoir

Soit c_0 la célérité de la lumière dans le vide et c la célérité de la lumière dans un milieu réfringent : il est rappelé que l'indice de réfraction absolu de ce milieu est le rapport $n = c_0 / c$.

1.1 - Un dioptré plan est composé de deux milieux réfringents (1) et (2) séparés par une surface plane (P) (**figure 1** ci-dessous).

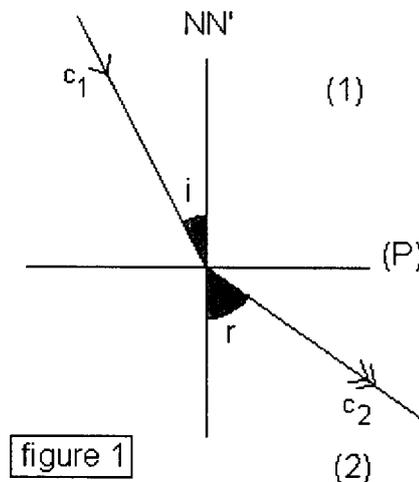


figure 1

Un rayon de lumière incident se propage à la célérité c_1 du milieu 1 vers le milieu 2 en traversant (P) et donne naissance à un rayon réfracté de célérité c_2 situé dans le plan d'incidence.

NN' est la normale (perpendiculaire) à (P), i est l'angle d'incidence, r est l'angle de réfraction.

On rappelle la relation entre les grandeurs n_1 , n_2 , i et r , connue sous le nom de "loi de Descartes" : $n_1 \sin i = n_2 \sin r$.

Exprimer $\sin r$ en fonction de c_1 , c_2 , et $\sin i$.

1.2 - On considère la situation : $c_1 < c_2$.

1.2.1 - Montrer qu'il existe une valeur limite maximale i_{\max} de i au-delà de laquelle le rayon réfracté n'existe plus. Donner l'expression littérale permettant de calculer i_{\max} .

Le milieu incident est l'eau pour laquelle $c_1 = 2,249 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

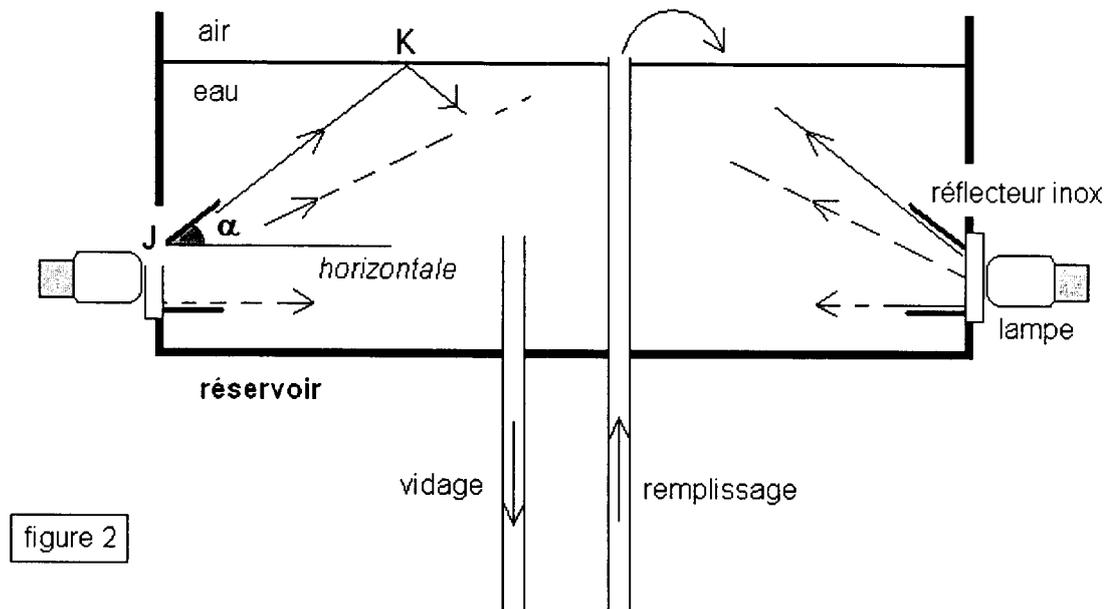
Le milieu réfringent est l'air pour lequel $c_2 = 2,977 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Pour le vide on admet avec précision la valeur suivante : $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

1.2.2 - Calculer la valeur numérique de i_{\max} à $\Delta i = 1'$ d'arc près ($3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$).

1.2.3 - Que subit le rayon incident lorsque $i > i_{\max}$? Justifier l'expression « réflexion totale ».

1.3 - Le phénomène de réflexion totale est mis en application pour éclairer de l'intérieur le réservoir d'un château d'eau, ouvert à l'air libre (**figure 2** ci-dessous).



Deux lampes munies chacune de deux volets réflecteurs de lumière en acier inoxydable sont disposées face à face sur la paroi de ce réservoir.

Le volet inférieur est horizontal et fixe, le volet supérieur est orientable avec l'angle α figurant sur le schéma, de façon à renvoyer un rayon extrême JK vers la surface libre de l'eau.

1.3.1 - Montrer que, si le rayon JK est placé à la limite de la réflexion totale, l'angle α peut se calculer par la relation $\cos \alpha = c_1 / c_2 = n_2 / n_1$.

Le technicien installateur du dispositif dispose des deux données simplifiées : $n_{\text{air}} = 1$ et $n_{\text{eau}} = 1,33$.

1.3.2 - Calculer à 1° près la valeur numérique de cet angle α que le technicien devra régler.

1.3.3 - Cet angle α dépend-il du niveau de la surface libre ? Justifier la réponse.

Partie 2 : Polarisation par réflexion vitreuse

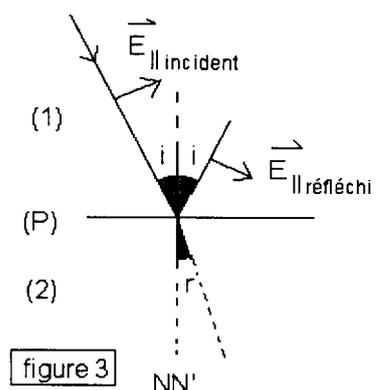
Pour traiter cette partie, aucune connaissance initiale sur la réflexion vitreuse n'est nécessaire.

Lorsque l'on considère une onde de lumière, on l'assimile à la superposition de deux ondes orthogonales entre elles, d'amplitudes E_{\parallel} et E_{\perp} , de même fréquence et de même axe de propagation.

2.1 - Dans la liste suivante, choisir le composant optique dont la fonction première est de sélectionner l'une de ces composantes : filtre interférentiel, prisme équilatéral, polariseur, lame à faces parallèles.

À l'aide de ce composant, on sélectionne la vibration parallèle au plan d'incidence d'un dioptre plan, suivant la **figure 3** ci-contre, et l'on procède par les moyens appropriés à la mesure du coefficient de réflexion défini par $R_{\parallel} = (E_{\parallel})_{\text{réfléchi}} / (E_{\parallel})_{\text{incident}}$.

Cette mesure valide le calcul théorique suivant : $R_{\parallel} = -\tan(i - r) / \tan(i + r)$, où i est l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.



2.2 - Dans la situation où $n_1 < n_2$, i peut-il être égal à r ? Justifier la réponse.

On introduit l'angle d'incidence de Brewster i_B par la condition : $i_B + r = 90^\circ$.

2.3 – Montrer, que dans ce cas, $R_{||} = 0$.

2.4 - Montrer que $\tan i_B = n_2 / n_1$.

Une mesure de i_B pour le passage air-eau a donné $i_B = 53^\circ \pm 0,5^\circ$; l'indice de l'air n_{air} vaut 1,00.

2.5 - Utiliser cette valeur de i_B pour fournir un encadrement de la valeur numérique de l'indice de réfraction n_{eau} .

Partie 3 : Interférences entre deux faisceaux lasers, vélocimétrie

3.1 - Étude de la figure d'interférence

Deux faisceaux F1 et F2 issus d'un même LASER passent par les points A et B et font entre eux un angle $AOB = \beta$ (figure 4 ci-dessous).

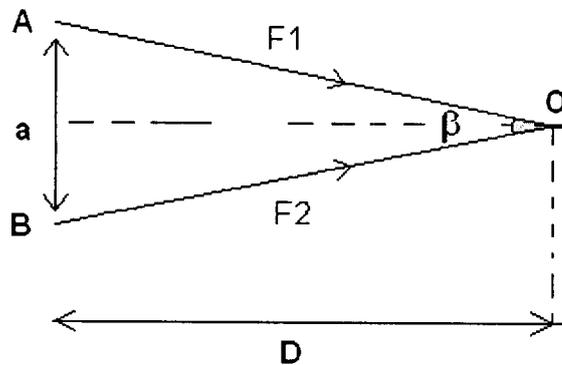


figure 4

Le point O est équidistant de A et de B et appartient à la zone de recouvrement des deux faisceaux.

On pose $a =$ distance AB et $D =$ distance orthogonale entre AB et le point O.

Soit λ la longueur d'onde du faisceau dans le milieu de propagation.

Dans le volume commun des deux faisceaux, on observe des interférences (figure 5 ci-dessous) dont l'interfrange X est calculée sur le modèle des franges de Young : $X = \lambda D / a$.

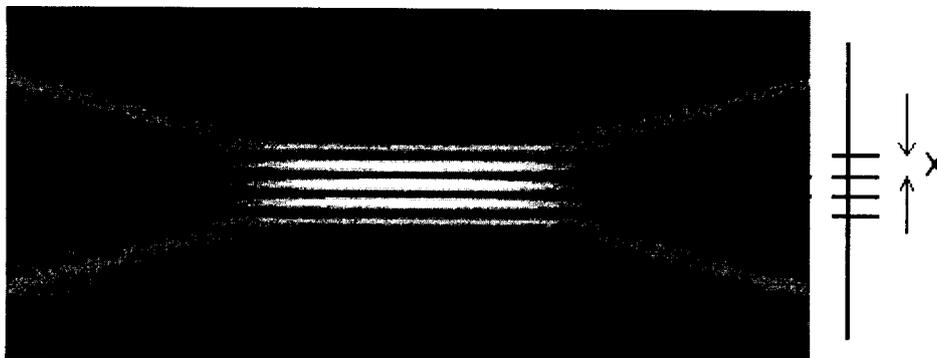


figure 5

3.1.1 - Les deux vibrations étant en phase lors de leurs passages en A et B, déterminer la nature de la frange présente au point O.

3.1.2 - En posant $a \ll D$, montrer qu'on peut écrire dans ces conditions : $X \approx \lambda / \beta$ (β en rad).

Le laser utilisé a pour longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ dans l'air et l'angle β est fixé à $7,0^\circ$.

3.1.3 - Calculer la valeur numérique de X .

3.2 - Construction et principe d'un vélocimètre à franges

On crée le dispositif suivant, destiné à la mesure de la vitesse au centre de l'écoulement cylindrique d'un liquide (eau) en régime d'écoulement laminaire.

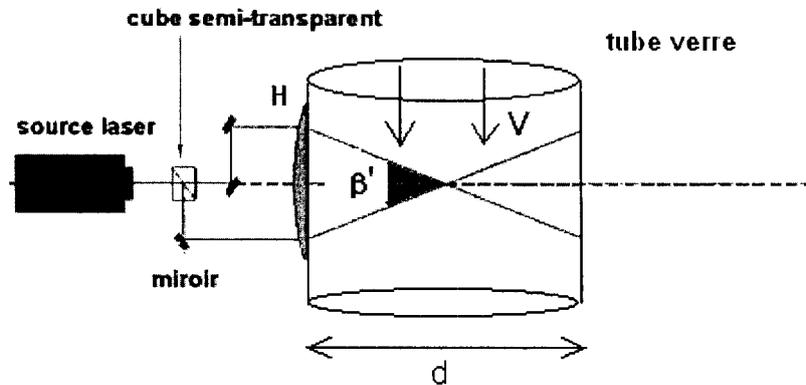


figure 6

L'eau circule le long de l'axe d'un tube de verre de diamètre $d = 8 \text{ cm}$.

Celui-ci est muni d'une lentille "hublot" H au travers de laquelle on fait passer les deux faisceaux qui se croisent au centre O de l'écoulement.

On posera : indice de réfraction de l'air $n_{\text{air}} = 1$ et indice de l'eau $n_{\text{eau}} = n = 1,33$.

3.2.1 - Exprimer la longueur d'onde (dans l'eau) λ' du rayonnement laser en fonction de λ et de n_{eau} .

3.2.2 - La valeur de β' étant de $10,0^\circ$ calculer l'interfrange X' observée en O .

On ensemence le liquide avec de fines particules réfléchissantes : celles-ci sont entraînées par l'écoulement à la vitesse V orthogonale aux franges (en régime laminaire V est lente $< 1 \text{ cm/s}$).

Chaque particule, soumise à un éclairage variable au cours de la traversée des franges, diffuse un signal lumineux S représenté en **figure 7** ci-dessous.

Soit F la fréquence de ce signal.

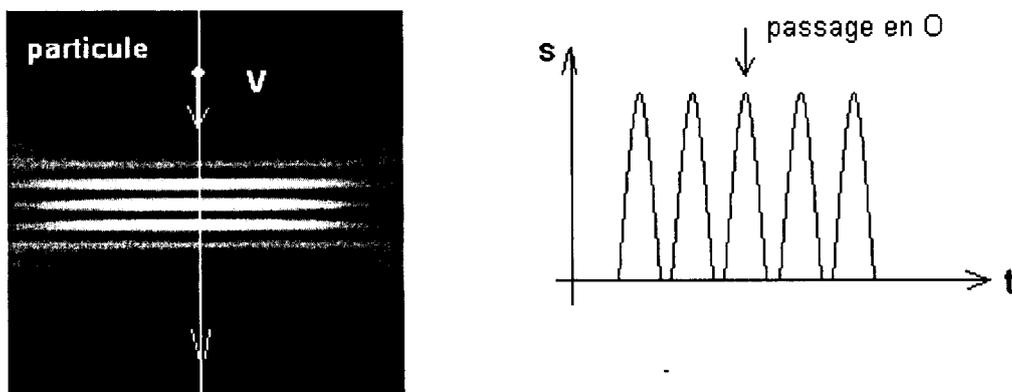


figure 7

3.2.3 - Exprimer une relation entre V , F et X' et calculer V pour la mesure suivante : $F = 1,4 \text{ kHz}$.